

Перминов В.Я.

ПРАКСЕОЛОГИЧЕСКИЙ АПРИОРИЗМ И СТРАТЕГИЯ ОБОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Априоризм как философия математики не может быть отвергнут по той простой причине, что он в своей сути просто фиксирует факт радикального отличия математической теории от теорий, основанных на опыте. Математика не имеет предмета, подобного предмету физики или биологии, математические теоремы не корректируются на основе опыта, математические представления обладают устойчивостью для сознания совершенно несравнимой с устойчивостью образов, определяющих эмпирическое знание. Жрецы древнего Египта, рассуждавшие о геометрических фигурах, несомненно, представляли их в том же виде как представляем их и мы. и формулы, открытые ими, мы должны принять и сегодня в качестве абсолютно истинных. Априористская философия убедительна для нас, ибо она просто фиксирует факты, которые не могут быть поставлены под сомнение.

Другой вопрос, - имеем ли мы теоретическое обоснование математического априоризма. Надо признать, что удовлетворительной теории априорного знания пока не существует. Ни Лейбниц, ни Кант не разработали гносеологической теории, достаточной для объяснения радикальных различий между математикой и опытными науками. Современные философы также не продвинулись существенно в решении этого вопроса. Все концепции априорного знания, выдвинутые до

настоящего времени, по большому счету следует признать неудовлетворительными.

Определенную перспективу в решении этого вопроса открывает деятельностьная (праксеологическая) теория познания. Праксеологическая трактовка априоризма оправдывает основные положения его классического (кантовского) понимания, будучи вместе с тем свободной от его очевидных дефектов. Она позволяет обосновать априорность исходных принципов логики и математики, оправдать математический реализм и указать новые подходы к проблеме обоснования математики.

1. Слабость традиционного априоризма

Понятие а priori по отношению к логическим и математическим истинам систематически стал использовать Г.В.Лейбниц. Он полагал, что все математические истины врождены (“потенциально находятся в душе человека”) и что они аналитичны в том смысле, что их можно свести к системе самождественных утверждений. (тавтологий). Лейбниц был убежден, что принципы математики относятся к реальности и заключают в себе истины о строении мира, недоступные для опытного познания. Он понимал непрерывность не только как свойство математических функций, но прежде всего как универсальную характеристику реальности. Математика и метафизика образуют, по Лейбницу, систему необходимых истин, противостоящих случайным (относительным) истинам, взятым из опыта.

Кант существенно углубил понятие необходимых истин. Главное достижение кантовской теории познания состоит в разделении содержания и формы мышления и в обосновании того факта, что математическое знание относится к форме мышления и обладает принципиально иными

характеристиками, чем знание, основанное на опыте.. Кант отделил априорность от врожденности и строго обосновал факт синтетичности математического знания. Он, таким образом, отделил математику от опытных наук как науку о форме мышления, а также и от логики как от системы аналитически априорных истин. Математика, по Канту, непосредственно базируется на априорных представлениях пространства и времени: геометрия понимается как теория, концептуализирующая представление о пространстве, арифметика аналогичным образом соотносится с представлением о времени.

Слабость кантовского априоризма проистекает из непроясненности понятий, лежащих в его основе. Является неясным прежде всего понятие чистого созерцания, которое способно доставлять нам исходные сведения о математических объектах, обладающие интерсубъективностью и вневременной значимостью. Кант приписывает конечному существу возможность непосредственного схватывания некоторого типа абсолютных истин. Неясное (абсолютность математических истин) объясняется еще более неясным - допущением особой познавательной способности, обеспечивающей доступ к абсолютному знанию.

Другая проблема кантовской теории проистекает из тезиса об имманентной природе форм мышления. Форма мышления, по Канту, не врождена, но и не определена чем-либо, лежащим за пределами мышления; она есть только структура разума, идущая от самого разума. Априорное у Канта, таким образом, не имеет никакой генетической или логической детерминации в реальном мире, позволяющей делать о нем теоретически обоснованные суждения. Мы лишаемся, тем самым, возможности очертить круг априорного знания и строго отделить его от знания, не имеющего этого статуса. Разделение априорного и

апостериорного в кантовской теории является во многом случайным и не выдерживает критики с современной точки зрения

Ограниченность кантовской философии математики, обнаружившаяся с появлением неевклидовых геометрий, состоит в абсолютизации очевидности как принципа приемлемости математических объектов и принципов. Кант явно недооценил силу чисто логических механизмов математического мышления, которые выводят его за пределы всякой наглядности.

Несколько иной подход к пониманию априорного знания был предложен Э. Гуссерлем. Гуссерль стремится освободить априорное знание от остатков антропоморфизма, имеющих место в кантовской теории: Кант, как известно допускал, что существа иной природы могут иметь другие априорные представления. С точки зрения Гуссерля априорные представления не зависят ни от объекта, ни от субъекта мышления и являются совершенно одинаковыми для любого познающего существа, будь это люди, чудовища или боги¹. Это несомненно более правильная установка, которая раскрывает истинный статус априорных представлений. В “Идеях к чистой феноменологии и феноменологической философии” Гуссерль предпринимает попытку понять логику становления априорных представлений, которая отсутствует в кантовской теории познания. Гуссерлевское учение об эйдосах при всей его проблемности устраняет кантовский номинализм в философии математики, связывающий априорную чувственность с созранием конкретных математических объектов.

Гуссерль, однако, существенно ослабляет установки кантовского априоризма в том смысле, что он допускает эмпирическое опосредование в становления априорных представлений. Вместе с радикальными эмпириками он допускает, что арифметика и геометрия как теоретические

науки не могли возникнуть иначе, как на основе счета и измерения. Становление геометрии, по его мнению, было бы невозможно без протогеометрии - грубой эмпирической геометрии, создаваемой в первичных измерениях². Если априорное у Канта независимо от опыта и в генетическом и в логическом отношении (он допускает здесь только неспецифическое влияние опыта, не определяющее содержания априорного знания), то у Гуссерля априорное знание с самого начала опосредовано миром феноменов: всякое априорное представление предполагает, по Гуссерлю, наличие конкретных переживаний и является независимым от опыта только логически, в качестве сформировавшейся эйдетической структуры.

Это включение опыта в формирование априорных структур сознания сдвигает феноменологию в сторону эмпиризма и ставит ее перед проблемой объяснения intersубъективности и стабильности этих структур. Гуссерль пытается объяснить особенности математического знания на основе анализа языка как средства коммуникации и унификации представлений. Этот подход, однако, заведомо неадекватен, ибо языковая деятельность уже предполагает наличие общезначимых категориальных представлений, которые неизбежно заключают в себе также и первичные представления, лежащие в основе математики. В настоящее время становится все более ясным, что универсальность и intersубъективность априорных форм сознания нельзя обосновать вне телеологии мышления, вне анализа его целевых установок. Исключив анализ целей мышления как неприемлемую метафизику Гуссерль вынужден выводить нормы мышления из самого его материала, что неизбежно возвращает его к идее относительности всех принципов.

Основной недостаток всего традиционного априоризма - его имманентность, понимание форм мышления как присущих сознанию *по*

его природе или как извлекаемых из чистых феноменов сознания посредством активности рефлектирующего Эго. Формы мышления, однако, не могут быть обоснованы из самого мышления, без исследования его внешней детерминации, без понимания общей логики субъектно-объектного отношения.

Мы не будем здесь рассматривать интерпретаций априоризма, разрабатываемых в рамках эволюционной эпистемологии, поскольку такого рода натуралистические интерпретации слишком далеко отходят от основных установок кантовского априоризма. Априорное знание понимается здесь как знание врожденное или закрепленное эволюцией. Присходит некоторое возвращение к позиции Декарта и Лейбница и заслуга Канта усматривается в том, что он впервые зафиксировал наличие в человеческом сознании элементов филогенетически унаследованных представлений³. Хотя сторонники эволюционной эпистемологии убеждены, что они вскрывают подлинную основу кантовской теории познания, в действительности, мы имеем здесь принципиальный отход от этой теории. Очевидно, что при такой трактовке исчезает принципиальное разделение формы и содержания мышления и за априорное знание выдается некоторая часть содержательного знания, обладающая исторической устойчивостью. Врожденное и родовое знание, несомненно, существует и может быть предметом философского исследования, но оно не имеет никакого отношения к априорным формам мышления, о которых идет речь в кантовской теории познания. Уяснение этого момента является важным для философии математики, ибо математика, будучи априорным знанием, ни при каких обстоятельствах не может быть понята в качестве знания врожденного.

2. Деятельностная основа априорного знания

Априорность категорий и логики.

Теоретические трудности, связанные с обоснованием априорного знания, полностью или, по крайней мере, в существенных моментах, решаются на основе анализа понятия практики. Мы можем исходить здесь из простого и фундаментального факта, состоящего в том, что все наше познание производно от практики, подчинено практике и сориентировано на нее. Исходное положение марксистской теории познания, согласно которому практика является источником всякого знания, его целью и высшим критерием его истинности является, несомненно, верным. Наиболее важный для нас момент практической детерминации знания состоит в том, что практика определяет также и нормативную основу знания. Суть этого тезиса состоит в том, что всякое знание, сориентированное на практику, подчинено нормам, проистекающим исключительно из самой этой цели, а именно, из общего требования его эффективности для практики. Это значит, что наряду с принципами, проистекающими из предмета исследования (которые различны для различных сфер опыта), существуют универсальные принципы, проистекающие из общих целей знания и единые для всех его видов. Это априорные принципы, определяющие универсальную форму знания. Априорное и апостериорное знание различаются в этом плане как знание целевое, заданное только практической ориентацией мышления и знание отражательное, индуктивное, продиктованное объектом и специфическими подразделениями опыта.

Универсальная праксеологическая нормативность проявляется прежде всего в категориальных принципах. Всякое опытное знание строится как знание о чем-то материальном, как основанное на причинно-следственных связях, на различении объектов в пространстве и времени и т.п. Нетрудно

понять, что мы имеем здесь дело с общими требованиями к структуре представлений, проистекающими из их практической функции. Теория, которая отказалась бы от различения объектов по пространственно-временным характеристикам, не подчинялась бы общим свойствам причинно-следственных связей, не отделяла случайное от необходимого и т.д., не могла бы быть квалифицирована как знание, ибо она заведомо не могла бы быть использована для координации действий в какой-либо сфере опыта. Знание должно быть соединено с практикой, а, следовательно, оно должно быть подчинено категориям практики, безотносительным к сфере опыта. Абстрактные принципы типа “причина раньше следствия”, “время необратимо” и т.п. должны быть поняты в этом плане как наиболее общие ограничения на структуру представлений, проистекающие из их практической значимости.

Другой универсальной нормативной структурой сознания, проистекающей из деятельности, является система логических норм, которой подчинено всякое понятийное мышление. Если категории ограничивают содержание представлений, являются системой интуиций, лежащих в основе определения предмета мышления вообще, то логические нормы — это ограничения на структуру понятий (значений) и возможные их связи. Знание, построенное вне логики, не является знанием, поскольку оно не может служить основой практической ориентации и выбора.

Ясно, что категориальные и логические представления не являются эмпирическими в собственном смысле слова, ибо они не являются результатом какой-либо индукции из содержания мышления. Они отражают исключительно форму мышления, проистекающую из его практической ориентации. Таким образом, в практике исследования конкретных явлений мы имеем дело с общими принципами двух типов: одни из них проистекают из предмета рассмотрения и устанавливаются

посредством индукции (законы сохранения в физике, например), другие же идут от субъекта как абсолютные ограничения формы знания, проистекающие из его назначения. Великая заслуга Канта состоит в четком разделении этих двух уровней, - содержания и формы мышления - и в установлении несводимости их друг к другу.

Категориальные и логические принципы априорны в том смысле, что они не зависят в своей структуре от какого-либо частного опыта и от эмпирических подразделений вообще. Они безусловно *универсальны*, поскольку не зависят от содержания и типа знания. Они *эквивифинальны* в том смысле, что в генезисе индивидуального сознания любой опыт приводит в конечном итоге к одной и той же системе этих принципов. В отличие от эмпирических (индуктивных) суждений категориальные принципы и логические нормы даны нам с безусловной (аподиктической) очевидностью, которая строго интерсубъективна. Индивид не обладающий общей логикой и системой категорий в качестве самоочевидных оснований мышления, не может быть включен в социальную коммуникацию и социальное поведение. Наиболее важное свойство указанных принципов состоит в том, что они *внеисторичны*: они не могут корректироваться на основании какого-либо нового содержания знания, ибо они выражают собой не эмпирические подразделения, а лишь форму знания, обусловленную целевой установкой мышления. Историческая смена объектов изучения, научных эпох и мировоззрений оставляет неизменными логику и категории как универсальные формы мышления.

3. Априорность математики

В теории познания Канта априорность математики признается как самоочевидный факт на основе универсальности и необходимости ее

утверждений. Праксеологическое понимание категорий дает нам возможность подойти к рациональному обоснованию этого факта, исходя из связи математики с нормативными структурами мышления.

Математический априоризм может быть оправдан посредством того предположения, что система очевидностей, лежащих в основе исходных математических понятий, является частью категориальных и логических очевидностей или в определенном смысле производна от них.

Это предположение подтверждается рядом хорошо известных фактов. Исследования по основаниям математики, проведенные в течение последнего столетия, среди прочего установили органическую взаимосвязь между арифметическими и логическими понятиями. Хотя сторонникам логицизма и не удалось редуцировать арифметику к логике, является важным тот факт, что значительный и в определенном смысле центральный фрагмент арифметики оказался определяемым в логике, сводимым к ее общезначимым утверждениям. Этот факт указывает на глубинное и, повидимому, еще не вполне осмысленное родство этих двух понятийных структур.

Существенный довод за принадлежность исходных истин арифметики и геометрии к сфере априорного знания проистекает из самоочевидности и интерсубъективности этих истин. Деятельностная трактовка априорного знания позволяет нам утверждать, что важнейшей характеристикой априорного знания является его самоочевидность и интерсубъективность. Для выполнения своей функции универсальной нормы априорное знание должно быть дано сознанию с особой степенью очевидности, которая преобладает над всякими очевидностями, относящимися к содержанию знания. Таковы, к примеру, общепринятые нормы логического следования. Но в таком случае сама аподиктическая очевидность, которая в полной

мере присуща исходным утверждениям элементарной математики, может рассматриваться в качестве аргумента за априорность этих утверждений.

Этот вывод подтверждается, наконец, непосредственным анализом структуры универсальной онтологии. Практическая деятельность порождает в качестве универсальных и интерсубъективных представлений представления о бытии и небытии, пространстве, времени, причине и следствии, необходимости и возможности и т.п. Эти категории в своей сущности отражают не что иное как общие принципы субъектно-объектного отношения, онтологические условия деятельности, или точнее, необходимые онтологические предпосылки акта деятельности. Одновременно с этим процесс деятельности формирует и другой аспект универсальных онтологических представлений, а именно идеализированные представления о предмете деятельности. Действуя, мы необходимо предписываем реальности, некоторые общие требования к предмету, оправданные с точки зрения принципиальной возможности действия: мы представляем реальность как состоящую из *конечных* предметов, *разделенных* в пространстве и времени, идеально *стабильных* и *аддитивных* в смысле независимости своих свойств от увеличения или уменьшения совокупности. Вся реальность рассматривается при этом как неограниченная или способная к неограниченному увеличению совокупность такого рода предметов. Эти представления, порождаемые деятельностью наряду с общими субъектно-объектными категориями мы можем назвать *универсальными предметными представлениями* или *предметной онтологией*. Исходные очевидности элементарной математики могут быть поняты как представления, заданные структурой предметной онтологии.

С этой точки зрения различие математических и эмпирических идеализаций, как и различие между двумя соответствующими типами наук

становится предельно ясным. Интуитивной основой математики являются не представления опыта, а предметная онтология как определенный аспект универсальной праксеологической онтологии.

Кант был далек от деятельностного понимания форм мышления и от обоснования принципов математики на основе предметных представлений, конституирующихся в актах деятельности. Однако, он был прав в том положении, что математика генетически не связана с опытом, что она внедрена в наше сознание наряду с логикой и категориями как априорная форма мышления. Эту основную установку кантовского априоризма мы должны принять в качестве несомненно истинной.

Обычный довод против априористского истолкования истин математики исходит из их очевидной содержательности и применимости к описанию опыта. Может ли считаться в качестве априорного знание, столь органически связанное с повседневным чувственным опытом? Мы склонны верить, что простые истины арифметики и геометрии внедряются в наше сознание через пересчет предметов, через измерение реальных объемов и т.п. Это соображение, однако, не может быть принято. Внимательный анализ процедуры счета и измерения показывает, что эти процедуры уже опираются на представление идеального дискретного множества, допускающего увеличение, т.е. на представление натурального ряда. Как уже было сказано, реальная предметная практика наряду с представлениями о пространстве, времени и причинности, порождает предметную онтологию, т.е. представление о совокупности идеальных предметов, допускающей неограниченное увеличение. Любая практика, независимо от того, включает ли она в себя счет и измерение, неизбежно производит и содержит в себе представления о предметных множествах и величинах, т.е. онтологию, лежащую в основе математики. Идея числа и натурального ряда не порождаются процедурой счета, она порождается

всей предметной деятельностью как часть нормативной основы мышления и лишь прилагается затем к конкретным ситуациям в процессе счета и измерения. Ошибка сторонников эмпирического подхода к пониманию числа и величины состоит в том, что они рассматривают счет и измерение как первичный опыт порождающий эти понятия, превращая, таким образом, область приложения понятия в его генетическую основу⁴. Это, однако, глубокое заблуждение. В действительности, мы не могли бы считать, измерять и определять меру в конкретных случаях без представлений о количестве и величине, об аддитивности величин и т.п., которые имеет свои истоки не в опыте, а в структуре практики, в деятельностной установке человеческого мышления вообще.

Человеческое познание с самого начала развивается из двух источников: из опыта и из глубинных очевидностей разума, имеющих деятельностную основу, образуя два принципиально различных типа наук. С этой точки зрения математика и опытные науки различаются не степенью абстрактности, а прежде всего своей интуитивной основой, будучи ориентированными соответственно на содержание и форму знания. Не вся математика может быть истолкована как априорная и непосредственно связанная с универсальной онтологией, но это, вне всякого сомнения, относится к ее исходным представлениям, составляющим содержательное ядро и логическое основание математической науки в целом.

4. Оправдание математического реализма.

Праксеологическое обоснование априорности математического знания важно в том отношении, что оно является, и обоснованием его реальности в некотором специфическом смысле. Кантовский априоризм является имманентным и антиреалистическим в том смысле, что он отрицает связь

между математическими понятиями и внешними условиями человеческого бытия. Праксеологическое понимание форм мышления позволяет увидеть теоретическую и методологическую несостоятельность такого воззрения.

Универсальные формы мышления внеопытны, но не внепрактичны: они продиктованы практической направленностью человеческого мышления и, следовательно, коррелятивны представлениям универсальной онтологии, существующим вне математики и первичным по отношению к ней. Мы можем принять тезис Канта, что в априорном знании нет ничего эмпирического, но мы не можем признать, что в нем нет ничего реального.

Кантовский трансцендентализм имеет две стороны. Он состоит в утверждении, что существует система представлений, независимая от опыта и предполагаемая всяким опытом как необходимая форма его синтеза, а также в предположении, что эта система представлений трансцендентально идеальна, обусловлена только сущностью разума и не имеет отношения к вещам в себе. С праксеологической точки зрения мы должны принять первую установку и отвергнуть вторую.

В своем отношении к миру человек строит два уровня представлений: теоретические представления, систематизирующие данные опыта, и онтологические представления, фиксирующие в себе необходимые условия деятельности. Оба этих уровня представлений обладают объективной значимостью, ибо оба они навязаны практическим отношением человека к миру. И если математическая теория в своих исходных интуициях задана категориальной онтологией, то ей не может быть отказано в статусе реально значимой теории. Соглашаясь с теми, кто говорит, что законы математики - не законы природы, мы тем не менее имеем право настаивать на их непосредственной связи со структурой реальности, выраженной в категориях. Этот ход мысли приобретает полную ясность если мы перейдем от Канта, который считал категории только формой мышления, к

Гегелю, который считал их также и формами бытия вещей.

Праксеологическая теория познания оправдывает позицию Гегеля, указывая тем самым и путь для понимания смысла утверждений о реальности исходных математических идеализаций.

Мы можем считать теоретические представления реальными, если они детерминированы предметным миром, являющимся объектом нашего действия. Законы механики реальны, ибо они навязаны нам независимой от нас логикой механического движения. В той же мере являются реальными и принципы арифметики, которые однозначно навязаны предметной онтологией, описывающей универсальные условия акта действия. Мы, конечно, не защищаем здесь реализм Платона, предполагающий особый тип бытия, соответствующий математическим определениям, но мы очевидным образом отрицаем субъективизм кантовского априоризма. Между платонистским реализмом, который приписывает математическим объектам субстанциальное бытие, и абсолютной имманентностью кантовской теории, несомненно возможна средняя позиция, некоторого рода концептуальный реализм, подчеркивающий обусловленность математических идеализаций универсальной онтологией мышления, имеющей статус *реальной картины мира*. Прямая линия не существует как чувственный объект, но представление о прямой линии включено в форму мышления и, следовательно, отражает в себе необходимый аспект реальности, обуславливающий возможность познания и действия.

Первичные представления математики являются с этой точки зрения одновременно и априорными и реальными. Математика *априорна*, поскольку ее первичные представления являются универсальной формой мышления, независимой от его содержания, математика *реальна*, поскольку универсальные формы мышления производны от деятельности и

представляют собой специфическую картину реальности, обусловленную практической ориентацией мышления.

В характеристике математической реальности возможны различные акценты. Во-первых, мы можем говорить о системе первичных математических объектов в целом, как однозначно детерминированных системой реальных (онтологических) представлений. Мы подчеркиваем здесь то обстоятельство, что математические идеализации являются необходимыми структурами сознания, а следовательно и необходимыми структурами реальности. Система исходных математических понятий не может быть отнесена к системе универсальных онтологических категорий, но важно понять, что она строго определена в своей структуре структурой категориального видения мира. Евклидовость реального пространства обусловлена отнюдь не частными особенностями человеческой психики, но самой структурой субъектно-объектного отношения, заданной в системе универсальных категорий. Во-вторых, мы можем понимать реальность математики в смысле прямого соответствия математических понятий с онтологически определенными аспектами реальности. Мы можем, к примеру, прояснить онтологические основания понятия числа как необходимой идеализации в структуре представлений, образующих форму мышления. Числа, геометрической фигуры, множества, функции реальны в том смысле, что они — идеализации, обусловленные структурой категориальных представлений. Реальность первичных математических идеализаций может быть понята также и в том смысле, что в отличие от чистых фикций они обладают обязательной интерпретацией в мире опыта. Человеческое познание и сама человеческая деятельность были бы невозможными, если бы эмпирическая реальность радикально расходилась с представлениями, выраженными в онтологии. Не все реальные многообразия могут быть подведены под понятие числа или под понятие

множества, но процесс деятельности сам по себе доказывает наличие объектов в эмпирическом мире, которые с достаточной точностью воспроизводят основные свойства этих идеальных образов.

Намеченная таким образом концепция математического реализма позволяет придать определенный смысл известным высказываниям К Геделя о реальном статусе математических объектов. Гедель утверждал, что математика имеет дело со специфическими математическими объектами, существующими во внечувственном мире, до и независимо от математических теорий⁵. Он допускал также, что наряду со способностью к чувственному восприятию человек обладает способностью внечувственного восприятия, обеспечивающего ему доступ в мир математической реальности. “Несмотря на свою несхожесть с чувственным восприятием, - писал Гедель, - мы имеем нечто подобное ему также и для объектов теории множеств, что усматривается в том факте, что аксиомы теории множеств навязаны нам как несомненно истинные”⁶.

С прагматологической точки зрения идея Геделя о реальности математических объектов может быть понята как указание на предметную онтологию, существующую *независимо от математики* в качестве универсальной формы мышления и определяющую структуру исходных математических понятий. Поскольку предметная онтология является выражением структуры мира, выявляемой деятельностью, то исходные математические идеализации можно считать обусловленными реальностью в той же мере, что и законы физики. Идея Геделя об аналоге восприятия, раскрывающего мир математических объектов, также имеет смысл. Из самого факта онтологического видения мира следует, что наряду с чувственным восприятием предметов человеческое сознание опирается также и на внечувственное видение мысленных объектов типа пространства, времени и т.п. Мы должны признать факт чисто

интеллектуальной интуиции, навязывающей нам законы идеальной предметности и выявляющей формы мышления для самого мышления. Гедель, несомненно, прав в том, что исходные очевидности математики - это не очевидности опыта и не продукт систематизации опыта.

Математические предметы даны в сфере идеальной предметности, которая не имеет ограничений предметности, связанной с опытом.

Современные теории математического реализма неудовлетворительны вследствие отсутствия подлинного анализа онтологии математики. Не проясняя связи математических идеализаций с деятельностной онтологией современный математический реализм сводится либо к обоснованию абстрактного объективизма в духе Канта, Фреге и Гуссерля, либо к попыткам прямого соотнесения математики с физической реальностью. того типа, который дается генетической и эволюционной эпистемологией. Натуралистические подходы, однако, столь же несостоятельны как и подходы чисто идеалистические, рассматривающие математические понятия как фикции и произвольные конструкции сознания.

Г.Штейнгауз в своей статье о математической строгости высказывает два, на первый взгляд, противоречащих друг другу суждения. Математика, по его мнению, никогда не обосновывала своих утверждений на основе опыта, никогда не была “подобием экспериментального естествознания” и, вместе с тем, она - не шахматная игра, правила которой могут быть изменены по нашему произволу, поскольку ее принципы отражают реальность⁷. Представляется, что главная задача современной философии математики состоит в согласовании этих двух несомненно истинных положений. Мы должны понять, что исходные принципы математики не имеют никакого отношения к опыту и к исторически меняющейся психологии людей, а, с другой стороны, они однозначно навязаны нам и,

следовательно, имеют прямое отношение к структуре нашего мира, т.е. к некоторого рода реальности. Решение этой проблемы состоит в понимании универсальной онтологии как особой картины мира и как основы математических представлений. Математические идеализации навязаны нам не опытом и не логикой, а представлениями о реальности, имеющими статус необходимой формы мышления.

. Основное заблуждение традиционного априоризма состоит в его отрыве от понятия практики и, как следствие, в отсутствии деятельностной и реалистической интерпретации форм мышления. Отсюда проистекает его субъективизм, выраженный в понятии трансцендентальной идеальности форм мышления, и отсутствие последовательного понимания априорного знания как знания универсально нормативного, радикально отличного по своим характеристикам от знания, относящегося к чувственно предметному миру. Праксеологический априоризм устраняет разрыв между априорностью и реальностью, он по самой своей сути есть реалистический априоризм, ибо истолковывает формы мышления и первичные математические идеализации в качестве глубинных образов реальности. Это те образы реальности, которые лежат в основе определения всякой иной реальности. Отсюда следует, что понятие априорности может быть определено только на основе в связи с понятием реальности и на его основе.

5. Разрешение теоретических проблем

Деятельностная трактовка априоризма имеет теоретическое значение, ибо она позволяет по новому взглянуть на некоторые принципиальные трудности кантовской теории познания. Первая из этих трудностей состоит в понимании источника априорных форм мышления. Кант говорит о

содержании мышления как о том компоненте знания, который происходит из опыта, и о форме мышления как о знании, идущем “от самого субъекта”⁸. Каким образом, однако, субъект как конечное существо, может обладать универсальными принципами, обязательными для всякого возможного опыта? Деятельностная концепция априорного знания вносит здесь прояснение, состоящее в том, что за формами мышления стоит не субъект как психофизическая организация, а деятельность субъекта, имеющая объективное значение.

Другая проблема кантовской теории состоит в необходимости обосновать абсолютный (вневременный) характер форм мышления. Если форма мышления имеет трансцендентальный, т.е. внеэмпирический и безусловно законченный характер, то естественным образом возникает проблема ее устойчивости перед лицом бесконечного разнообразия опыта. Решение этой проблемы, которое дается Кантом, будучи приемлемым в логическом отношении входит в явное противоречие с представлением об объективности познания. Формы мышления, по Канту, не могут оказаться узкими и недостаточными для синтеза какого-либо содержания, вследствие того обстоятельства, что сам опыт может стать объектом для деятельности разума только том случае, если он уже согласован с требованиями разума. Иными словами, разум выделяет из содержания опыта лишь то, что он способен переработать, оставляя в стороне все остальное как материал, не соответствующий познавательному механизму. Кантовский субъективизм достигает здесь высшей точки, ибо оказывается, что разум создает не только идеи, выходящие за пределы опыта, но в определенном смысле и сам опыт как заранее удовлетворяющий априорным требованиям.

Мы можем защитить объективность познания через восстановление автономии опыта, через признание за ним права противоречить установленным формам мышления и корректировать их. По этому пути

идет эволюционная эпистемология, допускающая одновременно и наличие жестких структур мышления и возможность их корректировки на основе нового опыта⁹. Но, как уже сказано, эволюционная эпистемология ни в какой мере не может рассматриваться как углубление априорической теории познания, ибо она устраняет принципиальное для априоризма различие между формой и содержанием мышления. Мы, как кажется, имеем здесь только две возможности: либо мы должны признать субъективистскую трактовку мышления, намеченную Кантом, либо признать примат содержания перед формой мышления и, следовательно, отказаться от априоризма как теории познания, соответствующей современному состоянию знания.

Деятельностная трактовка априоризма указывает нам на третью возможность, в принципе снимающую затруднение. С праксеологической точки зрения абсолютная и внеисторическая форма мышления безусловно существует, она диктуется совершенно реальным фактором, а именно, практической ориентацией мышления. Содержание опыта не может не может выйти за рамки этих форм по той причине, что эти формы заданы целевой установкой мышления и, таким образом, делают бессмысленным всякое знание, выходящее за их пределы. Формы мышления универсальны для знания, ибо они представляют собой наиболее широкое определение знания с точки зрения его функции. Разумеется, вполне мыслимо эмпирическое содержание, выходящее за рамки синтетических возможностей сознания, но такого рода опыт означает прекращение возможностей рационального познания и самого существование человека, если его существование зависит от ориентации в этой сфере опыта. Разум, таким образом, не предписывает законов природе, ибо природа, действуя по своим законам, может положить конец познавательной активности, но, тем не менее, он устанавливает абсолютные рамки, в которых опыт

приемлем для познания и действия. Эти рамки устанавливаются целью мышления. Априорные формы мышления представляют собой лишь объективацию этой цели на различных уровнях познания.

Деятельностное истолкование априоризма, позволяет нам также конкретизировать теорию априорного знания в плане определения его истинного объема. Кант, как известно, не указал здесь сколько-нибудь удовлетворительных критериев. Он включил в сферу априорного знания не только принципы логики и математики, но также и принципы естествознания, принципы морали и всю совокупность аналитических суждений, вне зависимости от их содержания. Деятельностная трактовка априоризма требует исключения из состава априорного знания всех понятий и представлений, не обусловленных универсальной целью мышления. В этом плане, статус априорности может быть обоснован только для категориальных принципов, законов логики и исходных принципов математики.

6. О статусе актуальной бесконечности.

Праксеологический анализ позволяет также в определенной степени раздвинуть рамки априорного знания через обоснование априорного статуса математической бесконечности. Речь должна идти здесь прежде всего о понятии актуальной бесконечности. Потенциальная бесконечность безусловно является априорным представлением с деятельностной точки зрения. Поскольку идеальный предмет, будучи присоединен к множеству предметов, не изменяет свойств этого множества (по свойству аддитивности идеальной предметности), то эта операция всегда сохраняет возможность ее повторения. На этом соображении основан, в своей сути, аргумент Канта за бесконечную делимость пространства. "... Пространство,

- пишет Кант, - есть такое целое, которое при всяком разложении в свою очередь все еще представляет собой пространство и потому оно делимо до бесконечности”¹⁰.

Бесконечность натурального ряда, с этой точки зрения, проистекает из его идеальности, из того факта, что он является чисто мысленной конструкцией, не связанной с какими-либо реальными (физическими) ограничениями. Арифметика описывает не структуру Вселенной, а лишь операциональную основу мышления, она относится не к физическому миру, а к идеализированной предметности, законы которой не зависят от опыта. Это, однако, только отрицательное условие, определяющее возможность бесконечности как мысленной операции. Позитивное условие, определяющее его необходимость для сознания, состоит в деятельностной ориентации сознания, в его необходимой направленности на выход за пределы конечного. Потенциальная бесконечность в этом плане должна пониматься как представление, порожденное необходимой деятельностной ориентацией сознания. Это значит, что бесконечность привнесена в математику не опытом и не логикой, а предметной онтологией, которая является подлинным интуитивным основанием арифметики и математического мышления в целом.

Аналогичные доводы имеют силу и в отношении актуальной бесконечности. Утверждение о существовании актуальной бесконечности представляется более проблематичным, так как предполагает завершенность потенциально бесконечного процесса порождения. Поскольку пересчет чисел не может быть закончен, то завершенный натуральный ряд представляется некоторой фиктивной сущностью, недостижимой даже в мысли. Отторжение актуальной бесконечности в философии и методологии математики существенно связано с ее

восприятием как чисто интеллектуальной фикции, не имеющей какого-либо реального воплощения.

В действительности, мы находимся здесь в плену ложной идеи, незаконно связывающей основы эмпирического и математического мышления. Справедливо указывалось, что при таком подходе и большие числа натурального ряда надо считать абсолютно невозможными и, следовательно, несуществующими¹¹ Математическая реальность, однако, в своей сути есть реальность онтологическая и она не может определять свои границы, исходя из соображений эмпирического и натуралистического характера. Подлинное обоснование понятия актуальной бесконечности может состояться только в рамках рассмотрения универсальной онтологии мышления. Мы должны оправдать это понятие как принадлежащее к универсальной форме мышления и, следовательно, понять его как необходимый элемент интуитивной основы категориального и математического мышления. Здесь реально возможны два пути: философский, раскрывающий категориальный статус актуальной бесконечности, и методологический, апеллирующий к практике математического мышления.

Кантовская теория, вообще говоря, оправдывает и представление об актуальной бесконечности как идею разума, стремящегося перейти от обусловленного к безусловному. От конечного числа причинных связей, данных в опыте, мы, по Канту, неизбежно переходим к идее Природы, от представления о конкретных психических актах, - к понятию Души как безусловной целостности и т.д. Представление об актуальной бесконечности, таким образом, неизбежно для человеческого сознания как представление, выражающее его внутреннюю интенцию, состоящую в преодолении конечного и в абсолютном замыкании сферы познания. Деятельностная точка зрения безусловно оправдывает этот ход мысли.

Познавательная деятельность образует не только представления, относящиеся к содержанию мышления, но и представления, выражающие необходимые интенции мышления, проистекающие из его практической природы. Мы оправдываем актуальную бесконечность как необходимую конструкцию сознания, как представление о предельной величине, охватывающей всю совокупность реальных величин и измерений.

Философское оправдание актуальной бесконечности для математики, может состоять в обосновании того положения, что априорные представления об актуальной бесконечности, которые необходимы для мышления в целом, несомненно имеют в себе позитивное содержание, приемлемое для экспликации в рамках математики. Мы вправе настаивать на корректности понятия актуальной бесконечности для математики, исходя из того факта, что соответствующее содержательное представление, является элементом в структуре универсальной онтологии. Такого рода общее оправдание актуальной бесконечности как математического понятия, конечно, не решает вопроса о непротиворечивости той или иной аксиоматики теории множеств, но, вместе с тем, оно устраняет крайний скептицизм, рассматривающий использование актуальной бесконечности как противоречащее строгости математического мышления. Мы устраняем из методологии математики интуиционистские и радикально-финитистские ограничения как совершенно необоснованные.

Методология математики оправдывает актуальную бесконечность также и из анализа логики образования математических понятий. Практика математического мышления говорит о том, что актуальная бесконечность коррелятивна бесконечности потенциальной и введение одной из них предполагает использование другой. Всюду, где мы утверждаем наличие потенциальной бесконечности мы неизбежно утверждаем и наличие порождающей функции, относящейся к бесконечному числу элементов,

которые эквивалентны друг другу в смысле принадлежности к этой функции. Но такого рода эквивалентность задает класс, состоящий из бесконечного числа элементов, рассматриваемый в качестве единой и завершенной целостности. В методологическом плане, таким образом, наличие потенциальной бесконечности предполагает представление об актуальной бесконечности как о сфере элементов, соответствующих функции бесконечного порождения. Действуя с порождающими функциями как с целостными объектами, мы в действительности действуем с бесконечными множествами, которые они представляют. Очевидно, что любая система уравнений предполагает пересечение множеств решений, которые, в частности, могут быть бесконечными. Но это значит, что актуальная бесконечность, как и бесконечность потенциальная внедрена в самые основы математического мышления.

Этот момент хорошо осознавал Г Кантор. “Область изменения функции, - писал он, - не может быть сама чем-то переменным, ибо в таком случае отсутствовало бы всякое твердое основание рассуждений; следовательно, эта область является определенным актуально бесконечным множеством значений”¹² Использование понятия потенциально бесконечного, считает Кантор, имеет понятие актуальной бесконечности в качестве своей необходимой предпосылки. Представляется, что математики 20-го столетия недооценили эти простые аргументы Кантора, проистекающие из анализа фактической логики математического рассуждения.

Современная философия математики все еще нацелена на отделение актуальной бесконечности от потенциальной как понятия более проблематичного и требующего особого обоснования. Интуиционизм отвергает это понятие как вообще неприемлемое для математики, формализм, признавая его необходимость, требует его обоснования на финитной основе. С праксеологической точки зрения обе эти

методологические установки являются некорректными в принципе. В действительности, оба этих типа бесконечности совершенно симметричны: мы не можем опираться на одно представление о бесконечности, не предполагая другое. Имеются основания думать, что актуальная бесконечность является в определенном смысле более фундаментальной, чем бесконечность потенциальная. Чем больше мы углубляемся в механизм человеческого познания, тем более ясно осознаем то обстоятельство, что весь процесс формирования понятий основан на представлениях, выходящих за пределы опыта и связанных с понятием актуальной бесконечности. Даже такие понятия как точка и прямая в действительности уже содержат в себе представление о завершенной бесконечности.

Дискредитация актуальной бесконечности в математике основывается на идее некоторого параллелизма между миром математических понятий и миром опыта. Она проистекает из ложной философии математики, требующей для каждого математического понятия некоторого коррелята в действительности. Эта натуралистичекая логика особенно ярко проявилась в подходе Гильберта. Если потенциальную бесконечность Гильберт рассматривает как оправданную опытом и абсолютно надежную, то актуальную бесконечность он понимает только в качестве искусственной конструкции, требующей финитного обоснования. “Мы видели, что бесконечное не реализуется нигде, оно не присутствует в природе, а без специальных мер предосторожности оно недопустимо и в качестве основы нашего мышления. Уже в этом я усматриваю некоторый важный параллелизм природы и мышления, основополагающую согласованность между опытом и теорией”¹³

Теория онтологической истины устраняет этот ложный параллелизм, закрывающий путь к адекватному пониманию природы исходных

математических понятий. С праксеологической точки зрения мы вправе утверждать полную симметрию актуальной и потенциальной бесконечности, состоящую в том, что оба эти представления в одинаковой мере обусловлены универсальной онтологией мышления и оба они в соответствии с принципом совместности идеально совместимы с онтологически оправданной частью математики. Парадоксы, требующие корректировки аксиом теории множеств, не могут поставить под сомнение истинность простой аксиомы бесконечности, утверждающей существование счетного множества.

Мы должны осознать то обстоятельство, что утверждение актуальной бесконечности как и утверждение бесконечности потенциальной не имеют никакого отношения к опыту и к системе теоретических представлений, основанных на опыте. Обе эти идеи представляют собой лишь регулятивные формы мышления, проистекающие из его практической ориентации. Они остались бы теми же самыми при любом положении дел в мире, оставляющим возможность для мышления и действия. Б Рассел считал, что аксиома бесконечности может быть истинной в одном мире и быть ложной в другом. С натуралистической точки зрения, это, конечно, верно. Если физики правы в том, что число атомов во Вселенной конечно, то можно утверждать, что аксиома бесконечности является ложной во всех мирах. Эта аксиома, однако, является безусловно истинной для всякого теоретического мира, ибо она есть необходимая часть универсальной онтологии мышления. Она была бы необходимой частью наших теоретических структур и в том случае, если бы окружающий нас мир был принципиально конечен во всех его структурных характеристиках.

С деятельностной точки зрения мы должны отбросить идею обзримости, финитизма, конструктивности и другие такого рода идеи, проистекающие из эмпирической трактовки математики, как не имеющие

никакого отношения к определению сферы априорного знания. Кантовская теория познания, несмотря на свою абстрактность является здесь более близкой к истине, ибо она принимает актуальную бесконечность в качестве необходимого элемента априорной формы мышления. Мы можем не соглашаться с Кантом в его толковании состава идей разума или логики их генезиса, но является несомненным, что допущение идеальных целостностей лежит в основе человеческого мышления и что за каждым из этих идеальных представлений стоит представление о завершенной бесконечности. Понятие точки уже содержит в себе завершённую бесконечность. Идея завершённого натурального ряда в этом плане - это не столько математическая идея, сколько идея внутренней логики мышления вообще, принимающего идеальные целостности как результат завершённого движения, и она не менее первична для математики, чем идея его бесконечного становления.

Конечно, нельзя считать, что все типы математической бесконечности являются оправданными онтологически. Онтология оправдывает лишь утверждения о существовании простых видов бесконечности, к которым можно отнести минимальную актуальную (счётную) бесконечность и бесконечность континуума. Все остальные типы бесконечностей имеют чисто операциональное значение и должны быть обоснованы из логических соображений.

Из сказанного следует, что сфера априорного математического знания выходит за сферу финитной математики. Бесконечность ни в какой форме не задается опытом, а это значит, что математическое реальность радикальным образом отлична от эмпирической реальности. Критерий финитности, который Гильберт ввел для определения сферы априорного знания в математике, с этой точки зрения должен быть решительным образом отклонен. Априорные принципы математики обусловлены не

проверяемостью, а только согласованностью с категориальной онтологией. Самые общие соображения показывают, что априорная математика органически включает в себя представления как о потенциальной, так и об актуальной бесконечности, которые не могут быть обоснованы в эмпирической картине мира.

7. Подход к проблеме обоснования математики.

Рассуждения об априорности математических понятий представляются предельно абстрактными и удаленными от реальной методологии математики. Достаточно, однако, посмотреть на дискуссии по проблеме обоснования математики, чтобы понять ошибочность этого мнения. Проблема обоснования математики упирается, в конечном итоге, в оправдание системы принципов, которая могла бы играть роль абсолютного обосновательного слоя. Очевидно, что это вопрос о существовании априорных принципов математики в их классическом понимании.

Дискуссия в основаниях математики, протекавшая на протяжении всего 20-го столетия, продемонстрировали исключительную слабость существующих теорий познания в решении этого вопроса. Различные школы математиков, как известно, выдвигали различные системы принципов в качестве абсолютно надежных. Если логицисты видели эту предельную надежность в принципах логики, то интуиционисты и формалисты усматривали ее в исходных представлениях арифметики, рассматривая логику в качестве структуры, зависящей от предмета рассуждения. Ни в том, ни в другом случае, однако, не было представлено сколько-нибудь обстоятельного теоретического анализа этого выделения.

Важность деятельностной трактовки априорного знания состоит в том, что она открывает возможность рационального решения проблемы обосновательного слоя. Если априорная математика является категориально обусловленной и предельно надежной, то естественно взять в качестве такого слоя всю систему принципов, имеющих статус априорности и реальности. В этом случае мы можем объединить существующие программы и наметить более общий подход, состоящий в редукции фактического содержания математики к универсальному обосновательному слою.

Реабилитация актуальной бесконечности позволяет расширить обосновательный слой за счет аксиомы бесконечности и других трансфинитных аксиом, которые можно оправдать в качестве априорных. Сюда, несомненно, может быть отнесен принцип непрерывности, существенный для аксиоматики действительных чисел. В этом плане также открывается возможность оправдания эффективной метатеории, не связанной ограничениями финитности и конструктивности.

Принципиально важный момент состоит в том, что праксеологическая трактовка априорного знания позволяет оправдать непосредственный переход от онтологической истинности принципов к их абсолютной непротиворечивости. Разумеется, не всякая содержательная интерпретация математических аксиом обосновывает их непротиворечивость, поскольку сама она может содержать в себе противоречивые положения. Этот дефект, однако, исключен в случае онтологической истинности. Аксиомы реальной логики, арифметики и евклидовой геометрии безусловно совместны, поскольку они лишь фиксируют различные аспекты идеальной предметности, относящиеся к универсальной форме мышления. Это значит, что новая программа обоснования может отказаться от обоснования непротиворечивости элементарных аксиоматик, сдвигая тем

самым всю проблему к обоснованию математического анализа и теории множеств. Исследования Г Крайзеля и Г.Такеути показывают, что обоснование непротиворечивости арифметики позволяет обосновать непротиворечивость математического анализа и существенных фрагментов теории множеств¹⁴. Здесь надо указать также на исследования Ю.А.Гастева, показавшего сводимость содержания математического анализа к аксиоматике геометрии прямой¹⁵.

Главная ошибка всех современных стратегий обоснования математики состоит в преувеличении роли логики и формального вывода, в стремлении логически обосновать то, что уже обосновано онтологически и не нуждается в логическом оправдании. Аксиоматики арифметики и геометрии, данные в аподиктической очевидности должны быть приняты как онтологически истинные и, вследствие этого, как абсолютно непротиворечивые системы утверждений.

Некоторые идеи, связанные с непосредственной опорой на онтологическую истинность в процессе обоснования математики, были высказаны К Геделем в его статье “Расселовская математическая логика” (1944). Основная направленность рассуждения Геделя состояла в критике номиналистического обоснования математики, а именно, тех программ, которые на основе конечных, номиналистически интерпретируемых понятий пытаются ввести всю систему определений и принципов, необходимых для оправдания теории множеств. Таковы не-класс концепция множеств Рассела, которая конструирует понятие класса на основе понятий логической функции и значения, и финитистский подход Гильберта, нацеленный на оправдание бесконечных множеств в рамках финитной математики. Идея Геделя состояла в том, чтобы некоторые из высших принципов математики, связанных с бесконечностью, принять на основе их непосредственной истинности, в качестве безусловно ясного

описания математической реальности. “...Нужно взять, - писал Гедель, - более консервативный курс, который состоял бы в том, чтобы сделать значение терминов “класс” и “концепт” более ясными и построить непротиворечивую теорию классов и концептов как объективно существующих сущностей”¹⁶. Идея Геделя состоит в том, чтобы не конструировать понятие класса из более элементарных понятий, а описать его в самоочевидных свойствах как автономно существующий и первичный объект.

Эта стратегия кажется мало оправданной, ибо вся обосновательная критика классической математики была направлена на то, чтобы устранить обыденные и неконструктивные интуиции из математики, чреватые противоречиями. Интуитивная ясность определений как показывает практика, не дает нам гарантий их совместности. Идея Геделя, однако, приобретает смысл, если мы имеем обоснование априорности (онтологической истинности) тех или иных абстрактных математических принципов. Ценность прагматической теории априорного знания состоит в том, что она позволяет выработать такое обоснование, по крайней мере, по отношению к части математических аксиом. Несомненно, что возможно строгое обоснование априорного и, следовательно, предельно надежного характера принципов классической логики, арифметики и элементарной геометрии. Если приведенные выше соображения верны, то мы можем подойти также и к обоснованию ряда аксиом теории множеств, таких как аксиома объемности, аксиома выделения и аксиома бесконечности. Как показывает специальное рассмотрение система этих аксиом достаточна для обоснования математического анализа и значительной части теории множеств.

На этом пути, конечно, также возможны трудности, связанные с непроясненностью понятий логики и методологии математики.

Представляется, однако, несомненным, что такого рода стратегия реализуема и что она может быть отработана в деталях через должное углубление априористской философии математики. Деятельностная теория позволяет указать истинные границы априорной математики, а эта возможность представляет собой решающий момент для теоретического оправдания обосновательного слоя в конкретных случаях.

Эмпирическая философия математики, преобладающая в настоящее время, порождает скептическое воззрение на перспективы обоснования математики. Согласно этому воззрению, математические определения никогда не достигают полной однозначности, математические доказательства никогда не гарантированы от скрытых допущений, математическая интуиция не обладает никакими преимуществами перед обычной эмпирической очевидностью, уязвимой для контрпримеров. Идея абсолютного обоснования математической теории предполагает бесконечный регресс, поскольку всякое ее обоснование может потребовать более глубокого обоснования. Абсолютный обосновательный слой - рационалистическая фикция, неприемлемая для методологии современной математики¹⁵

Анализ прагматологической природы исходных математических идеализаций показывает, что показывает полную несостоятельность такого рода выводов. Математика имеет свои истоки не в опыте, а в категориальной онтологии и, тем самым, представляет собой знание радикально отличное от знания, основанного на опыте. Онтологически означенная система математических принципов представляет собой абсолютно обосновательный слой, не нуждающийся в каком-либо дополнительном обосновании. Идея бесконечного регресса в обосновании проистекает исключительно из ложного эмпирического воззрения на природу математических идеализаций. Математические доказательства

достигают абсолютной надежности и математическая очевидность, в отличие от эмпирической, обладает абсолютным обосновательным значением. Подлинное обоснование математики есть только евклидианское обоснование, базирующееся на онтологически истинных принципах. Такого рода обоснование является абсолютным и в настоящее время имеются основания думать, что оно достижимо для всех основных теорий современной математики.

Программы обоснования математики, появившиеся в начале века, были обречены на неудачу вследствие слабости методологических и философских предпосылок. С достаточной определенностью можно предполагать, что существенный сдвиг в решении проблемы обоснования зависит сегодня не от изобретения новых логических формализмов, а прежде всего от углубления философии математики, от прояснения наших представлений о природе математического мышления и путей рационального оправдания обосновательного слоя. Необходима новая философия математики, проясняющая особый статус математического мышления и истоки его надежности. Представляется несомненным, что исходным пунктом новой философии должно быть понимание априорной основы математических идеализаций и логики.

Литература и примечания

1. Гуссерль Э. Логические исследования. Спб. 1909, с.101.
2. См.: Гуссерль Э. Кризис европейских наук и трансцендентальная феноменология.

Вопросы Философии, 1992, №7.

3. См.: Фоллмер Г. Эволюционная теория познания. М. 1998, с. 163.

4. На этот момент обращал внимание Г.Фреге в своей критике философии арифметики

Дж.Ст. Милля. См. Г.Фреге. Обоснование арифметики. М., 2000, с. 11.

5. Godel K. Russells mathematical logic. In: Pears D.F.(ed). Bertrand Russell.Collection of critical essays. New York, 1972.

6. Godel K. What is Cantor's continuum problem? In: Philosophy of mathematics. Selected readings. New York, 1964.

7. Штейнгауз Г. О математической строгости. В кн.: Задачи и размышления. М.,1974.

8. Кант И. Критика чистого разума. Кант И. Соч. в шести томах, т.3, М., 1964., с. 88. .

9. Схема такого рода релятивистского априоризма, допускающего изменение самих

форм мышления, намечается в статье А.Н.Кричевца. См. Кртчевец А.Н. Об

априорности, открытых программах и эволюции. Вопросы философии. №7, 1997.

10.Кант И. Критика чистого разума, с. 472.

11. См.: Есенин-Вольпин А.С. Анализ потенциальной осуществимости. В.кн.:

Логические исследования. Сборник статей. М.,1959, сс. 218-262.

12. Кантор Г. К учению о трансфинитном. В кн.,: Георг Кантор. Труды по теории

множеств. М., 1985., с. 297.

13. Гильберт Д. Избранные труды, т.1, с..459.

14. См.: Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств, М.,1967, с.121.

15. См.: Гастев Ю. А. Обоснование анализа на аксиомах прямой линии. В кн.: Исследование логических систем. М.,1970.

16. Godel K. Russells mathematical logic. p. 255.

17. Идея “скрытых лемм” и неизбежной нестрогости определений защищалась И.Лакатосом в “Доказательствах и опровержениях” Лакатос защищал также положение о неизбежном регрессе всякой евклидианской программы обоснования математики. (См.: “Бесконечный регресс и основания математики” В.Кн.: Современная философия науки, М.,1993). Ф.Китчер, опираясь на психологическую теорию познания предпринял попытку опровержения кантовского априоризма и, прежде всего, того положения, что некоторый тип интуиции (созерцания) способен привести к утверждениям, некорректируемым в опыте. (См.: Kitcher Ph. The Nature of Mathematical Knowledge, New York, Oxford, 1984). В отечественной литературе эмпирическая позиция последовательно защищается А.Г.Барабашевым, который убежден, что априористская концепция математики обречена на исчезновение перед лицом фактов современной математики. (См. статью А.Г.Барабашева в настоящем сборнике.). .